کد اجرا: نامشخص | تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۵/۲۵

نام و نام خانوادگی: | زمان برگزاری: ۱۴۰ دقیقه

نام آزمون: فصل ۱

دبیرستان دوره دوم صبح دانش

۱- اگر $A=\{۱,\{۱\}\}$ و $B=\{\{۱,\{۱\}\}\}$ باشد، $A-B$ کدام است؟

① $\varnothing$ ② $\{۱\}$ ③ $\{\{۱\}\}$ ④ $\{۱,\{۱\}\}$

۲- فرض کنید A و B,C مجموعه‌های اعدادی هستند که $\{A,B,C\}=\{\mathbb{W},\mathbb{Z},\mathbb{Q}'\}$. اگر $A\cap B=\varnothing$ و $C-A=\varnothing$ باشد، حاصل $A-(B\cup C)$ کدام است؟

① $\{\ldots,-۲,-۱\}$ ② $\varnothing$ ③ $\mathbb{Q}'$ ④ $\{\ldots,-۲,-۱,۰\}$

۳- اگر $۰<x<۱$ باشد، حاصل $(-\frac{۱}{x},\frac{۱}{x})\cup(-\frac{۱}{x^۲},\frac{۱}{x^۲})$ کدام است؟

① $(-\frac{۱}{x^۲},\frac{۱}{x^۲})$ ② $(-\frac{۱}{x},\frac{۱}{x^۲})$ ③ $(-\frac{۱}{x^۲},\frac{۱}{x})$ ④ $(-\frac{۱}{x},\frac{۱}{x})$

۴- اشتراک بازه‌های $[-۲,a)$ و $(b,۴]$ برابر $\left(-\frac{۲}{۳},۱\right)$ است. اجتماع بازه‌های $(-۲a-۱,b)$ و (b,a) کدام است؟

① $(-۳,۱)$ ② $\left(-۱,\frac{۲}{۳}\right)$ ③ $(۱,۴)$ ④ $(-۳,۱)-\{-\frac{۲}{۳}\}$

۵- اگر $m>۱$ باشد، آنگاه $(m,m^۳]\cap(m^۲,m^۴)$ کدام است؟

① $[m^۳,m^۲)$ ② $(m^۲,m^۳]$ ③ $(m,m^۲)$ ④ $(m,m^۳)$

۶- با توجه به مجموعهٔ $A=\{\{\{a\},\{\varnothing\},a\}\}$ چه تعداد از رابطه‌های زیر صحیح هستند؟

الف) $a\in A$ ب) $\varnothing\subseteq A$ ج) $\{\{a\}\}\subseteq A$ د) $\{\varnothing\}\in A$

① صفر ② ۱ ③ ۲ ④ ۳

۷- اگر مجموعه‌های $A=\left\{\frac{۱}{x}\,|\,x\in\mathbb{N}\right\}$ و $B=\left\{\frac{x}{۸}\,|\,x\in\mathbb{N}\right\}$ مفروض باشند، کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

① $A-B$ ② $B-A$ ③ $A\cap B$ ④ $A\cup B$

۸- اگر A و B دو مجموعهٔ نامتناهی باشند، آن‌گاه کدام گزینه همواره صحیح است؟

① اگر مجموعهٔ $A-B$ متناهی باشد، آن‌گاه $B-A$ نیز متناهی است.

② اگر مجموعهٔ $A-B$ نامتناهی باشد، آن‌گاه $B-A$ نیز نامتناهی است.

③ مجموعهٔ $A\cap B$ نامتناهی است.

④ مجموعهٔ $A\cup(B-A)$ نامتناهی است.

۹- چه تعداد از مجموعه‌های زیر متناهی هستند؟

$A=\{x+۱\,|\,x\in\mathbb{R}\ ,\ x<۳\}$ ، $B=\{۳x\,|\,x\in\mathbb{Z}\ ,\ -x+۱>۶\}$

$C=\{x^۲\,|\,x\in\mathbb{N}\ ,\ x\le ۱۵\}$ ، $D=\left\{\frac{x}{۲}\,\middle|\,x\in\mathbb{Q}\ ,\ ۱<x<۳\right\}$

① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۱۰- در مجموعهٔ اعداد حقیقی، اگر مجموعهٔ A متناهی و مجموعهٔ B نامتناهی باشد، کدام گزینه در مورد مجموعه‌های $C=(A\cap B)-(A\cup B)$، $D=(C\cap B')-A$ و $E=(C'\cap D)'$ به‌ترتیب درست است؟

① متناهی ــ متناهی ــ متناهی ② متناهی ــ نامتناهی ــ نامتناهی ③ نامتناهی ــ نامتناهی ــ متناهی ④ متناهی ــ متناهی ــ نامتناهی

۱۱ - اگر A و B دو مجموعهٔ غیرتهی باشند، مجموعهٔ $(A \cup (A \cap B))' \cap ((B \cap A) \cup (B - A))$ همواره برابر کدام است؟

① $A' - B'$ ② $(A - B)'$ ③ A' ④ $\varnothing$

۱۲ - مجموعهٔ A دارای ۳۶ عضو و مجموعهٔ B دارای ۲۸ عضو است. اشتراک آنها ۱۵ عضو دارد. اگر ۱۶ عضو از مجموعهٔ A حذف شود، از اشتراک آنها ۹ عضو حذف می‌شود. تعداد عضوهای اجتماع مجموعهٔ جدید با مجموعهٔ B، کدام است؟

① ۴۰ ② ۴۱ ③ ۴۲ ④ ۴۵

۱۳ - اگر $n(A - B) = ۲$، $n(B - A) = ۸$ و $n(B) = ۳n(A)$ باشد، $n(A \cup B)$ کدام است؟

① ۱۲ ② ۹ ③ ۱۰ ④ ۱۱

۱۴ - A و B و C سه مجموعه بوده و تعداد اعضای مجموعه‌های $(A - B)$، $(B - C)$، $(B - A)$، $(C - A)$ و $(C - B)$ به‌ترتیب برابر ۳، ۲، ۲، ۴ و ۵ است. تعداد اعضای مجموعهٔ $(A - C)$ کدام است؟

① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۱۵ - اگر A و B دو مجموعه ناتهی در مجموعه U باشند و داشته باشیم: $A \cap B' = (A \cap B)'$، آنگاه کدام‌یک از گزینه‌های زیر درست است؟

① $A \cap B = \varnothing$ ② $A \subset B$ ③ $A' \subset B'$ ④ $A \cup B = B$

۱۶ - با افزودن تعدادی عضو به مجموعهٔ A، به تعداد اعضای مجموعه‌های $A \cup B$ و $A \cap B$ به ترتیب ۵ و ۲ واحد اضافه می‌شود. در این‌صورت تعداد اعضای مجموعهٔ $A - B$ چند واحد افزایش می‌یابد؟

① ۲ ② ۳ ③ ۵ ④ نمی‌توان تعیین کرد.

۱۷ - مجموعه A دارای ۳۶ عضو و مجموعه B دارای ۲۸ عضو است. اشتراک آنها ۱۵ عضو دارد. اگر ۱۶ عضو فقط از مجموعه A حذف شود، از اشتراک آنها ۹ عضو حذف می‌شود، تعداد عضوهای اجتماع مجموعه جدید با مجموعه B، کدام است؟

① ۳۳ ② ۴۰ ③ ۴۲ ④ ۴۳

۱۸ - متمم مجموعه $(B - A)' - A$ نسبت به مجموعه جهانی کدام است؟

① $A \cup B$ ② $A \cap B$ ③ A ④ B

۱۹ - مجموعه $(A - B)' \cap (A \cup B) \cap A'$ برابر کدام است؟

① $B - A$ ② B ③ $\varnothing$ ④ A'

۲۰ - اگر برای دو مجموعهٔ ناتهی A و B داشته باشیم: $(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = B$ در این صورت حاصل $(A \cap B) - (A \cap B')$ کدام است؟

① A ② $\varnothing$ ③ B ④ U

۲۱ - متمم مجموعه‌ی $(A' \cup B') \cup [B - (B - A)]$ کدام است؟ (U مجموعه‌ی مرجع و A و B ناتهی است.)

① $\varnothing$ ② U ③ $A \cup B$ ④ $A \cap B$

۲۲ - کلاسی ۳۸ دانش‌آموز دارد. ۸ نفر اصلاً ورزش نمی‌کنند. تعداد افرادی که فقط فوتبال بازی می‌کنند، سه برابر تعداد افرادی هستند که فقط والیبال بازی می‌کنند و تعداد تمام افرادی که فوتبال بازی می‌کنند، پنج برابر تعداد افرادی هستند که فقط والیبال بازی می‌کنند. در این کلاس چند نفر هم فوتبال و هم والیبال بازی می‌کنند؟

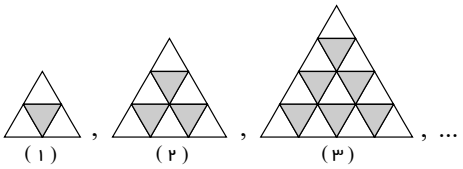
① ۵ ② ۱۰ ③ ۱۵ ④ ۲۰

۲۳ - اعداد طبیعی فرد را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته، برابر شمارهٔ آن دسته باشد، یعنی $\{۱\}, \{۳, ۵\}, \{۷, ۹, ۱۱\}, \cdots$. در این صورت جملهٔ آخر واقع در دستهٔ شمارهٔ چهل کدام است؟

① ۱۵۶۳ ② ۱۵۸۹ ③ ۱۶۳۹ ④ ۱۶۵۱

فصل ۱

۲۴ - با توجه به الگوی زیر، در مرحلهٔ ۹۸اُم تعداد مثلث‌های تیره چند برابر تعداد مثلث‌های سفید است؟



① $\frac{۹۸}{۱۰۰}$ ② $\frac{۹۹}{۱۰۰}$ ③ $\frac{۱۰۰}{۱۰۲}$ ④ $\frac{۱۰۰}{۱۰۱}$

۲۵ - دنباله‌ی $t_n = \frac{n-۲}{۳n+۱}$ چند جمله‌ی منفی دارد؟

① صفر ② یک ③ دو ④ بی‌شمار

۲۶ - دنبالهٔ $t_n = \frac{۲۳}{۲n+۱}$ چند جملهٔ صحیح دارد؟

① صفر ② یک ③ دو ④ سه

۲۷ - در دنباله‌ای با جملهٔ عمومی $t_n = \frac{۱}{\sqrt{n+۱}+\sqrt{n}}$، مجموع پانزده جملهٔ اول کدام است؟

① $\sqrt{۲}-۱$ ② ۱ ③ $\sqrt{۳}-\sqrt{۲}$ ④ ۳

۲۸ - در یک الگوی خطی جملات چهارم و دهم به‌ترتیب برابر ۱۷ و ۴۱ هستند. اگر دنبالهٔ درجهٔ دوم دیگری به‌صورت $۵, ۱۳, ۲۳, \cdots$ باشد، مجموع جملات ششم این دو دنباله باهم کدام است؟

① ۷۰ ② ۸۰ ③ ۷۶ ④ ۹۰

۲۹ - جملهٔ عمومی الگوی $۳, ۸, ۱۵, ۲۴, \cdots$ کدام می‌تواند باشد؟

① $t_n = ۲^n + ۱$ ② $t_n = (-۱)^n \times \frac{-۳}{n}$ ③ $t_n = n^۲ + ۲n$ ④ $t_n = n^۳ - (-۱)^n n + ۲^{n-۱}$

۳۰ - مجموع ۹۹ جملهٔ اول دنبالهٔ $\left\{\frac{۱}{\sqrt{n+۱}+\sqrt{n}}\right\}$ کدام است؟

① ۸ ② ۹ ③ ۱۰ ④ ۱۱

۳۱ - در دنبالهٔ درجهٔ دوم $۱, ۴, ۱۱, ۲۲, \cdots$ مجموع جملات نهم و دهم کدام است؟

① ۲۴۳ ② ۳۰۹ ③ ۳۷۳ ④ ۴۰۷

۳۲ - اگر جمله‌ی $۲n+۱$اُم یک دنباله به‌صورت $\frac{n+۲}{n+۴}$ باشد، جمله‌ی پانزدهم این دنباله کدام است؟

① $\frac{۳}{۵}$ ② $\frac{۵}{۷}$ ③ $\frac{۷}{۹}$ ④ $\frac{۹}{۱۱}$

۳۳ - جملهٔ عمومی دنباله‌ای به شکل $\frac{n}{n^۲} + \cdots + \frac{۳}{n^۲} + \frac{۲}{n^۲} + \frac{۱}{n^۲}$ است. حاصل $a_{۲۰} - a_{۱۸}$ کدام است؟

① $\frac{۱}{۳۶۰}$ ② $\frac{۱}{۱۲۰}$ ③ $-\frac{۱}{۳۶۰}$ ④ $-\frac{۱}{۱۲۰}$

۳۴ - در یک دنبالهٔ حسابی با جملات متمایز، جملات سوم، هفتم و نهم می‌توانند سه جملهٔ متوالی از دنباله‌ای هندسی باشند. چندمین جملهٔ این دنبالهٔ حسابی، صفر است؟

① ۹ ② ۱۰ ③ ۱۱ ④ ۱۲

۳۵ - در یک دنبالهٔ هندسی صعودی سه مقدار، «جملهٔ دوم»، «دو برابر جملهٔ پنجم» و «جملهٔ هشتم» می‌توانند سه جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ حسابی باشند؛ در بین این سه عدد بزرگ‌ترین مقدار چند برابر کوچک‌ترین مقدار است؟

① $۲+\sqrt{۳}$ ② $۵+۲\sqrt{۳}$ ③ $۵+۴\sqrt{۳}$ ④ $۷+۴\sqrt{۳}$

فصل ۱

۳۶ - در دو دنبالهٔ حسابی $۲, ۷, ۱۲, \cdots$ و $۸, ۱۱, ۱۴, \cdots$ چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟

① ۵۸ ② ۵۹ ③ ۶۰ ④ ۶۱

۳۷ - در یک دنبالهٔ عددی، جملات اول و پنجم و یازدهم به‌ترتیب سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی صعودی‌اند. قدر نسبت دنبالهٔ هندسی کدام است؟

① $\frac{۶}{۵}$ ② $\frac{۵}{۴}$ ③ $\frac{۴}{۳}$ ④ $\frac{۳}{۲}$

۳۸ - در دنباله‌های حسابی «$۲, ۹, ۱۶, ۲۳, \cdots$» و «$۱۲, ۱۷, ۲۲, ۲۷, \cdots$» چند عدد سه رقمی مشترک کوچک‌تر از ۳۰۰، موجود است؟

① ۵ ② ۶ ③ ۷ ④ ۸

۳۹ - اگر جملات چهارم، ششم و دوازدهم یک دنبالهٔ حسابی به ترتیب سه جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ هندسی باشند، قدر نسبت دنبالهٔ هندسی کدام است؟ (جملات دنباله متمایز هستند.)

① $\frac{۴}{۳}$ ② $\frac{۳}{۲}$ ③ ۲ ④ ۳

۴۰ - در یک دنبالهٔ حسابی $a_{۲۰} = ۴۳$ ، $a_۴ + a_۵ + a_۶ + a_۸ + a_۹ + a_{۱۰} = ۲۴$، قدرنسبت این دنباله کدام است؟

① ۲ ② ۳ ③ ۴ ④ ۵

۴۱ - رابطهٔ $t_n = (m-۲)n^۲ + \frac{m}{۲}n + ۱$ جملهٔ عمومی یک دنبالهٔ حسابی است. جملهٔ هفتم این دنباله کدام است؟

① ۶ ② ۸ ③ ۱۰ ④ ۱۲

۴۲ - تعداد جملات یک دنباله هندسی عدد زوج است. اگر مجموع تمام جملات آن ۳ برابر مجموع جملات با ردیف فرد باشد، قدر نسبت آن کدام است؟

① $\frac{۱}{۳}$ ② $\frac{۱}{۲}$ ③ ۲ ④ ۳

۴۳ - اعداد طبیعی متوالی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم، که آخرین عدد هر گروه مربع کامل باشد، یعنی $\{۱\}, \{۲,۳,۴\}, \cdots$. در دستهٔ نهم، واسطهٔ حسابی بین دو عدد اول و آخر آن، کدام است؟

① ۷۱ ② ۷۲ ③ ۷۳ ④ ۷۴

۴۴ - در یک دنباله‌ی حسابی، اگر $a_{۱۳} = ۳۰$ و $a^۲_{۱۵} - a^۲_{۱۱} = ۱۲۰$ باشد، جمله‌ی بیستم کدام است؟

① ۳۳٫۵ ② ۳۶ ③ ۳۵ ④ ۳۷

۴۵ - جملات سوم، هفتم و شانزدهم یک دنبالهٔ حسابی، جملات متوالی یک دنبالهٔ هندسی، هستند. قدرنسبت دنبالهٔ هندسی، کدام است؟

① $\frac{۴}{۳}$ ② $\frac{۳}{۲}$ ③ ۲ ④ $\frac{۹}{۴}$

۴۶ - چند دنبالهٔ هندسی چهار جمله‌ای با قدر نسبت طبیعی و بزرگ‌تر از ۱ می‌توان یافت که جملات آنها عضو مجموعهٔ $\{۱, ۲, ۳, ۴, \cdots, ۱۳۰\}$ باشند؟

① ۲۱ ② ۲۲ ③ ۲۳ ④ ۲۴

۴۷ - اگر جملات چهارم و هشتم یک دنباله‌ی هندسی به ترتیب از راست به چپ برابر با ۹ و ۱۲ باشند، جمله‌ی دوازدهم این دنباله کدام است؟

① ۱۰۸ ② ۱۶ ③ ۳۶ ④ ۱۸

۴۸ - اگرحاصل‌ضرب پانزده جملهٔ اول از یک دنبالهٔ هندسی ۱۰۰ باشد، جملهٔ هشتم این دنباله کدام است؟

① $\sqrt[۱۵]{۱۰۰}$ ② $\frac{۱۰۰}{۱۵}$ ③ $۱۰۰^{۱۵}$ ④ ۱۵×۱۰۰

۴۹ - اگر اعداد $\sqrt{۳} + ۲\sqrt{۲}$ و $\frac{x}{۲}$ و $۲\sqrt{۲} - \sqrt{۳}$ به‌ترتیب سه جملهٔ متوالی دنبالهٔ هندسی باشند، x کدام می‌تواند باشد؟

① $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$ ② $\frac{\sqrt{۵}}{۵}$ ③ $\sqrt{۵}$ ④ $۲\sqrt{۵}$

فصل ۱

۵۰ - در یک دنبالهٔ حسابی، جملهٔ دوم صفر، $t_m = n^۲$ و $t_n = m^۲$ است. جملهٔ اول برحسب m و n کدام است؟

① $m-n$ ② $m+n$ ③ $۲m+۳n$ ④ $۳m-۲n$

۵۱ - در یک دنبالهٔ هندسی با جملات منفی، $a_۱ + a_۳ = -\frac{۱۳}{۱۸}$ و $a_۲ \times a_۴ = \frac{۴}{۸۱}$ است. جملهٔ اول این دنباله کدام است؟

① $-\frac{۱۷}{۱۸}$ ② $-\frac{۲}{۹}$ ③ $-\frac{۱}{۲}$ ④ $-\frac{۹}{۲}$

۵۲ - در یک دنبالهٔ حسابی، $\frac{d}{a_۱} = \frac{۲}{۳}$ است. اگر جملات هفتم و دوازدهم این دنباله به‌ترتیب جملات دوم و سوم یک دنبالهٔ هندسی باشند، جملهٔ اول دنبالهٔ هندسی، جملهٔ چندم دنبالهٔ حسابی است؟

① ۳ ② ۴ ③ ۵ ④ ۶

۵۳ - چهار جمله دوم یک دنباله هندسی به‌ترتیب از چپ به راست به‌صورت a, b, c, d می‌باشند. اگر مجموع پنج جمله اول این دنباله -۴۴ باشد، $\frac{\sqrt{a^۲+d^۲}}{bc}$ کدام است؟ (قدر نسبت تصاعد برابر $-\frac{۱}{۲}$ است.)

① $\frac{\sqrt{۶۵}}{۲}$ ② $\frac{-\sqrt{۶۵}}{۴}$ ③ $\frac{-\sqrt{۶۵}}{۲}$ ④ $\frac{\sqrt{۶۵}}{۴}$

۵۴ - بین دو عدد $۲^{۲۰}$ و $۲^{۲۲}$، پنج واسطهٔ حسابی قرار داده‌ایم. در این صورت کوچک‌ترین واسطهٔ حسابی چند برابر قدرنسبت این دنباله است؟

① ۲ ② ۳ ③ ۴ ④ ۵

۵۵ - کارفرمایی با یک کارگر توافق کرده است که اجرت روز اول ۵۰۰ تومان باشد و تا پایان هفته، اجرت هر روز نسبت به روز قبل ۲۰ درصد افزایش داشته باشد. مجموع اجرت ۴ روز اول چه‌قدر است؟

① ۲۸۶۴ ② ۲۸۰۰ ③ ۲۶۸۴ ④ ۲۶۰۰

۵۶ - دنبالهٔ حسابی $۳, ۷, ۱۱, \ldots$ چند جمله کوچک‌تر از ۱۰۰ دارد؟

① ۲۴ ② ۲۵ ③ ۲۶ ④ ۲۷

۵۷ - در یک دنبالهٔ هندسی با جملات مثبت، حاصل‌ضرب سه جملهٔ متوالی ۶۴ است. حاصل‌ضرب اولین و سومین جمله از این سه جمله کدام است؟

① ۱۰ ② ۱۲ ③ ۱۶ ④ ۱۸

۵۸ - در یک دنبالهٔ حسابی با جملات مثبت، جمله هشتم ۲۰ واحد از جمله چهارم بیشتر است. اگر حاصل‌ضرب جمله سوم و هشتم برابر ۴۴۴ باشد، جمله چهارم این دنباله کدام است؟

① ۲۲ ② ۱۲ ③ ۱۹ ④ ۱۷

۵۹ - سه عدد a، b و c، $(a<b<c)$ تشکیل دنبالهٔ حسابی و سه عدد $a^۲$، $b^۲$ و $c^۲$ تشکیل دنبالهٔ هندسی می‌دهند. اگر $a+b+c=۶$ باشد، قدرنسبت دنبالهٔ هندسی کدام می‌تواند باشد؟

① $۳+۲\sqrt{۲}$ ② $\sqrt{۲}+۱$ ③ $۴+۲\sqrt{۲}$ ④ $۲\sqrt{۲}+۱$

۶۰ - اگر جمله‌های سوم و ششم یک دنبالهٔ هندسی با جملهٔ عمومی t_n به‌ترتیب از راست به چپ ۲۷ و ۸ باشند، حاصل عبارت $\frac{t_۲+t_۵+t_۸+\cdots+t_{۹۵}}{t_۴+t_۷+t_{۱۰}+\cdots+t_{۹۷}}$ کدام است؟

① $\frac{۲}{۳}$ ② $\frac{۳}{۲}$ ③ $\frac{۴}{۹}$ ④ $\frac{۹}{۴}$

فصل ۱

۶۱ - در یک دنبالهٔ حسابی با جملات نامنفی و افزایشی، حاصل‌ضرب جملات دهم و ۲۴ اُم برابر ۲۰۷ و حاصل‌ضرب جملات ۱۴ اُم و ۲۰ اُم برابر ۲۴۷ است. جملهٔ ۱۸ اُم این دنباله کدام است؟

① ۱۷ ② ۱۸ ③ ۱۹ ④ ۲۰

۶۲ - چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح هستند؟

الف) هر دنباله‌ای، یا دنبالهٔ حسابی است یا دنبالهٔ هندسی.

ب) دنباله‌ای وجود ندارد که هم حسابی و هم هندسی باشد.

ج) اگر بخواهیم بین دو عدد ۳ و ۴۸، سه واسطهٔ هندسی درج کنیم، جواب یکتا نخواهد بود.

د) جملهٔ nاُم دنبالهٔ هندسی به‌صورت $t_n = t_1 \cdot r^n$ است که در آن t_1 جملهٔ اول و r قدر نسبت است.

① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۶۳ - یک نوع داروی شیمی‌درمانی در هر بار انجام، ۶۰ درصد سلول‌های سرطانی را از بین می‌برد. اگر تودهٔ سرطانی در ابتدا $۱۰^{۱۲}$ سلول داشته باشد، پس از ۶ بار شیمی‌درمانی چه تعداد سلول سرطانی در بدن فرد باقی می‌ماند؟

① $۲^{۱۲} \times ۱۰^{۵}$ ② $۲^{۱۲} \times ۱۰^{۶}$ ③ $۲^{۱۲} \times ۷^{۱۰}$ ④ $۲^{۱۲} \times ۷^{۶}$

۶۴ - اگر اعداد x_1، x_2 و x_3 سه جملهٔ اول یک دنبالهٔ هندسی با قدر نسبت q باشند، کدام گزینه لزوماً جملات متوالی یک دنبالهٔ هندسی نخواهد بود؟

① x_3^2, x_2^2, x_1^2 ② $x_3 q^2, x_2 q, x_1$ ③ $x_3 + q^2, x_2 + q, x_1 + ۱$ ④ $x_3 + q^4, x_2 + q^2, x_1 + ۱$

۶۵ - مجموع ۵ جمله‌ی اول از یک دنباله‌ی حسابی صعودی مساوی ۶۰ و مجموع دو جمله‌ی بزرگ‌تر سه برابر مجموع سه جمله‌ی کوچک‌تر است. قدرنسبت آن کدام است؟

① ۴ ② ۵ ③ ۶ ④ ۷

۶۶ - در یک دنبالهٔ حسابی، جملهٔ اول دنباله برابر ۱ و مجموع پنج جملهٔ اول آن برابر با یک چهارم مجموع پنج جملهٔ بعدی است. قدرنسبت دنباله کدام است؟

① -۲ ② -۳ ③ -۴ ④ -۶

۶۷ - در دنباله‌ی حسابی $\{a_n\}$ اگر $a_1 = ۲$ و $a_5 - a_2 = ۱۲$ باشد و جملات اول و پنجم این دنباله به ترتیب برابر جملات اول و سوم دنباله‌ی هندسی $\{t_n\}$ باشند و $t_2 \neq a_2$ باشد، جمله‌ی دوم دنباله‌ی هندسی کدام است؟

① -۶ ② ۹ ③ -۹ ④ ۶

۶۸ - در یک دنبالهٔ هندسی $t_1 t_3 t_5 = ۸ t_5 t_6 t_7$، قدرنسبت کدام است؟

① $\frac{۱}{۲}$ ② ۲ ③ $\frac{۱}{\sqrt[۳]{۲}}$ ④ $\sqrt[۳]{۲}$

۶۹ - بین دو عدد ۴۸ و ۱۵۳۶ چند واسطهٔ هندسی درج کنیم تا بزرگ‌ترین واسطه ۱۶ برابر کوچک‌ترین واسطه باشد؟ (۴۸: جملهٔ اول)

① ۵۵ ② ۹ ③ ۱۰ ④ ۱۱

۷۰ - جملات دوم، چهارم و هشتم یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت غیرصفر، به‌ترتیب جمله‌های متوالی یک دنبالهٔ هندسی هستند. قدرنسبت دنبالهٔ هندسی چقدر است؟

① ۲ ② ۴ ③ $\frac{۱}{۲}$ ④ $\sqrt{۲}$

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۴ چشم‌انداز: برای تعیین اعضای مجموعهٔ $A-B$ باید از اعضای مجموعهٔ A ، عضوهای مشترک بین دو مجموعهٔ A و B را حذف کنیم.

پلهٔ یکم: مجموعهٔ $A=\{۱,\{۱\}\}$ دارای دو عضو ۱ و $\{۱\}$ است. اما مجموعهٔ $B=\{\{۱,\{۱\}\}\}$ مجموعه‌ای تک‌عضوی بوده و تنها عضو آن $\{۱,\{۱\}\}$ است.

پلهٔ دوم: A و B هیچ عضو مشترکی ندارند. بنابراین می‌توان نوشت: $A-B=A=\{۱,\{۱\}\}$

۲ - گزینه ۱

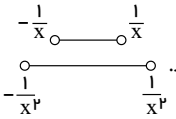
$$\left.\begin{matrix}C-A=\varnothing\\A\cap B=\varnothing\end{matrix}\right\}\ \Rightarrow\ \begin{cases}C=\mathbb{W}\\A=\mathbb{Z}\\B=\mathbb{Q}'\end{cases}$$

پس:

$$A-(B\cup C)=\mathbb{Z}-(\mathbb{Q}'\cup\mathbb{W})=\{\ldots,-۲,-۱\}$$

۳ - گزینه ۱ چون x عددی بین ۰ و ۱ است، وقتی به توان ۲ می‌رسد کوچک‌تر می‌شود، یعنی: $x^۲<x$

و در نتیجه: $\frac{۱}{x^۲}>\frac{۱}{x}$ بین دو کسر با صورت یکسان، کسری که مخرج بزرگ‌تری دارد، کوچک‌تر است. بنابراین بازه‌ها به‌صورت زیر خواهند بود. اجتماع دو بازه برابر با

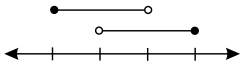


بازهٔ بزرگ‌تر می‌شود یعنی $(-\frac{۱}{x^۲},\frac{۱}{x^۲})$

با انتخاب $x=\frac{۱}{۲}$ نیز می‌توان به کمک بررسی اجتماع دو مجموعه و گزینه‌ها به جواب رسید.

۴ - گزینه ۴ برای آنکه اشتراک بازه‌های $[-۲,a)$ و $(b,۴]$ برابر با $\left(-\frac{۲}{۳},۱\right)$ باشد، باید روی محور چنین وضعیتی داشته باشند:

بنابراین اشتراک آنها (b,a) است:



$$(b,a)=\left(-\frac{۲}{۳},۱\right)\Rightarrow\begin{cases}b=-\frac{۲}{۳}\\a=۱\end{cases}$$

$$(-۲a-۱,b)=(-۲\times ۱-۱,-\frac{۲}{۳})=(-۳,-\frac{۲}{۳})$$

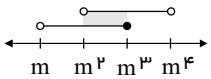
$$(b,a)=(-\frac{۲}{۳},۱)$$

پس:

$$(-۲a-۱,b)\cup(b,a)=(-۳,-\frac{۲}{۳})\cup(-\frac{۲}{۳},۱)$$

$$=(-۳,۱)-\{-\frac{۲}{۳}\}$$

۵ - گزینه ۲ اعداد بزرگ‌تر از ۱ هرچه به‌توان بزرگتری برسند، بزرگ‌تر می‌شوند یعنی: $m<m^۲<m^۳<m^۴$



$\Rightarrow(m,m^۳]\cap(m^۲,m^۴)=(m^۲,m^۳]$

۶ - گزینه ۲ *نکته* باید دقت شود که تنها عضو مجموعه A، $\{\{a\},\{\varnothing\},a\}$ می‌باشد و a، $\{\varnothing\}$ و $\{a\}$ به تنهایی عضو A نیستند.

الف) مجموعهٔ A، عضوی به‌صورت a (به تنهایی) ندارد. پس $a\in A$ صحیح نیست.

ب) تهی، زیرمجموعهٔ تمام مجموعه‌هاست.

ج) $\{\{a\}\}$ زیرمجموعهٔ A نیست. چون عضوی به‌صورت $\{a\}$ به تنهایی در A وجود ندارد. پس این رابطه هم صحیح نیست.

د) مثل موارد الف و ج، A عضوی به‌صورت $\{\varnothing\}$ ندارد. دقت کنید که $\{\varnothing\}$ تهی نیست و به معنای مجموعهٔ تک‌عضوی شامل $\varnothing$ است.

۷ - گزینه ۳ ابتدا اعضای دو مجموعه را مشخص می‌کنیم:

$$A=\left\{\frac{۱}{x}|x\in N\right\}=\left\{۱,\frac{۱}{۲},\frac{۱}{۳},\frac{۱}{۴},\frac{۱}{۵},\frac{۱}{۶},\frac{۱}{۷},\frac{۱}{۸},\frac{۱}{۹},\frac{۱}{۱۰},\cdots\right\}$$

$$B=\left\{\frac{x}{۸}|x\in N\right\}=\left\{\frac{۱}{۸},\frac{۲}{۸},\frac{۳}{۸},\frac{۴}{۸},\frac{۵}{۸},\frac{۶}{۸},\frac{۷}{۸},\frac{۸}{۸},\frac{۹}{۸},\frac{۱۰}{۸},\cdots\right\}$$

تمام اعضای مجموعهٔ A کوچکتر یا مساوی یک هستند ولی در مجموعهٔ B فقط ۸ عضو این ویژگی را دارند پس اشتراک این دو مجموعه قطعاً محدود است.

فصل ۱

$$A\cap B=\left\{۱,\frac{۱}{۲},\frac{۱}{۳},\frac{۱}{۴},\frac{۱}{۵},\frac{۱}{۶},\frac{۱}{۷},\frac{۱}{۸},\cdots\right\}\cap\left\{\frac{۱}{۸},\frac{۱}{۴},\frac{۳}{۸},\frac{۱}{۲},\frac{۵}{۸},\frac{۳}{۴},\frac{۷}{۸},۱\cdots\right\}$$
$$=\left\{۱,\frac{۱}{۲},\frac{۱}{۴},\frac{۱}{۸}\right\}$$

۸ - گزینه ۴ از جایی که $A\subseteq A\cup(B-A)$ و A نامتناهی است، حتماً $A\cup(B-A)$ نیز نامتناهی است. سایر گزینه‌ها می‌توانند غلط باشند.

$$(A\cup(B-A)=A\cup B)$$

۹ - گزینه ۱ می‌دانیم: مجموعهٔ متناهی، مجموعه‌ای است که تعداد اعضای آن عددی حسابی باشد.

مجموعهٔ A : $x<۳\Rightarrow(x+۱)<۴$

مجموعهٔ A نامتناهی است، زیرا تمام اعداد حقیقی کوچک‌تر از ۴ عضو آن هستند.

مجموعهٔ B : $-x+۱>۶\Rightarrow -x>۵\Rightarrow x<-۵\Rightarrow(۳x)<-۱۵$

مجموعهٔ B نامتناهی است، زیرا تمام اعداد صحیح کوچک‌تر از -۱۵ عضو آن هستند.

مجموعهٔ C : $x\le ۱۵\ ,\ x\in\mathbb{N}\Rightarrow x^۲=\{۱,۴,۹,۱۶,\cdots,۲۲۵\}$

تعداد اعضای مجموعهٔ C ۱۵ تاست و این مجموعه متناهی است.

مجموعهٔ D : $۱<x<۳\Rightarrow\frac{۱}{۲}<\frac{x}{۲}<\frac{۳}{۲}$

مجموعهٔ D نامتناهی است زیرا تمام اعداد گویا بین $\frac{۱}{۲},\frac{۳}{۲}$ در این مجموعه هستند.

۱۰ - گزینه ۴ نکته: مجموعه‌هایی که تعداد اعضای آن‌ها یک عدد حسابی است، مجموعهٔ متناهی می‌نامیم، در غیر این صورت آن مجموعه را نامتناهی می‌گوییم.

$$A\text{ متناهی},\ B\text{ نامتناهی}\rightarrow\begin{matrix}A\cap B:\text{ متناهی}\\ A\cup B:\text{ نامتناهی}\end{matrix}\rightarrow\underbrace{(A\cap B)}_{\text{متناهی}}-\underbrace{(A\cup B)}_{\text{نامتناهی}}=C\text{ متناهی}$$

$$C\cap B'=C-B\rightarrow C\text{ متناهی},\ B\text{ نامتناهی}\rightarrow C-B:\text{ متناهی}\text{ می‌دانیم}$$

$$D\text{ متناهی است}\rightarrow D=(C-B)-A:\text{ متناهی},\ A\text{ متناهی},\ C-B\text{ متناهی}$$

$$E=(C'\cap D)'$$
$$C\text{ متناهی}\xrightarrow{\text{مجموعهٔ مرجع }\mathbb{R}}C'\text{ نامتناهی}\xrightarrow{D\text{ متناهی}}C'\cap D\text{ متناهی است}\xrightarrow{\text{مجموعهٔ مرجع }\mathbb{R}}(C'\cap D)'\text{ نامتناهی است}\rightarrow E\text{ نامتناهی است}$$

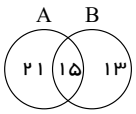
پس مجموعه‌های C و D متناهی و مجموعهٔ E نامتناهی است.

۱۱ - گزینه ۱

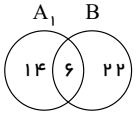
$$(A\cup(A\cap B))'\cap((B\cap A)\cup\underbrace{(B-A)}_{B\cap A'})=(A'\cap(A\cap B)')\cap(B\cap\underbrace{(A\cup A')}_{M})=(A'\cap(A'\cup B'))\cap\underbrace{(B\cap M)}_{B}=A'\cap(A'\cup B')\cap B$$
$$=A'\cap((A'\cup B')\cap B)=A'\cap((A'\cap B)\cup\underbrace{(B'\cap B)}_{\varnothing})=A'\cap(A'\cap B)=\underbrace{(A'\cap A')}_{A'}\cap B=A'\cap B=A'-B'$$

۱۲ - گزینه ۳

با توجه به اطلاعات مسئله، نمودار ون مقابل را داریم:



حال وقتی ۱۶ عضو از مجموعهٔ A حذف شود، ۹ عضو از $A\cap B$ حذف می‌شود، یعنی ۹ عضو از این ۱۶ عضو با B نیز مشترک است و حذف می‌شوند. پس تنها $۶=۹-۱۵$ عضو از مجموعهٔ جدید $(A_۱)$ با B مشترک است و توجه کنید تعداد اعضای مجموعهٔ B نباید تغییر کند.



$$\rightarrow n(A_۱\cup B)=۱۴+۶+۲۲=۴۲$$

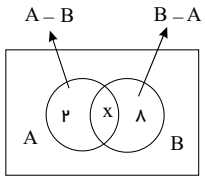
۱۳ - گزینه ۴

نمودار زیر را رسم می‌کنیم و تعداد اعضای $A\cap B$ را x می‌نامیم.

فصل ۱

$$\left.\begin{array}{l} n(A)=۲+x \\ n(B)=۸+x \\ n(B)=۳n(A) \end{array}\right\} \Rightarrow ۸+x=۳(۲+x) \Rightarrow ۸+x=۶+۳x \Rightarrow ۲x=۲ \Rightarrow x=۱$$

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=۳+۹-۱=۱۱$$



۱۴ - گزینه ۲

با توجه به تساوی $n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)$ داریم:

$$\left.\begin{array}{l} n(A-B)=۳ \Rightarrow n(A)-n(A\cap B)=۳ \\ n(B-A)=۲ \Rightarrow n(B)-n(A\cap B)=۲ \end{array}\right\} \Rightarrow n(A)-n(B)=۱ \quad (I)$$

$$\left.\begin{array}{l} n(B-C)=۲ \Rightarrow n(B)-n(B\cap C)=۲ \\ n(C-B)=۵ \Rightarrow n(C)-n(B\cap C)=۵ \end{array}\right\} \Rightarrow n(B)-n(C)=-۳ \quad (II)$$

$$(I),(II) \Rightarrow n(A)-n(C)=-۲ \Rightarrow n(C)=n(A)+۲$$

$$n(C-A)=n(C)-n(A\cap C)=۲+n(A)-n(A\cap C)=۲+n(A-C) \Rightarrow ۴=۲+n(A-C) \Rightarrow n(A-C)=۲$$

۱۵ - گزینه ۳

با توجه به اینکه $A\cap B'=A-B$، عبارت روی سوال را ساده می‌کنیم:

$$A\cap B'=(A\cap B)' \Rightarrow A-B=U-(A\cap B) \Rightarrow A-(A\cap B)=U-(A\cap B) \Rightarrow A=U \Rightarrow B\subset A \Rightarrow A'\subset B'$$

۱۶ - گزینه ۳ روش اول: فرض می‌کنیم، x عضو جدید به مجموعهٔ A اضافه کرده‌ایم. چون به تعداد اعضای $(A\cap B)$، دو واحد اضافه می‌شود، پس دو عضو از این x عضو، قبلاً در مجموعهٔ B بوده‌اند. بنابراین این دو عضو در $(A\cup B)$ نیز بوده‌اند. اما چون به تعداد اعضای $(A\cup B)$، پنج واحد اضافه می‌شود، پس این ۵ عضو جدید بوده و قبلاً در B نبوده‌اند. به عبارت دیگر ۵ عضو غیرمشترک با مجموعهٔ B به مجموعهٔ A اضافهٔ شده است، پس در مجموعهٔ $(A-B)$ نیز که شامل اعضایی هستند که در A موجود هستند، ولی در B موجود نیستند، این ۵ عضو اضافه خواهند شد، یعنی به تعداد اعضای مجموعهٔ $(A-B)$، پنج واحد اضافه می‌شود.

روش دوم: بدیهی است که رابطهٔ

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B) \quad (۱)$$

برقرار است. حال فرض می‌کنیم، x عضو به مجموعهٔ A اضافه شده است، در این‌صورت رابطهٔ فوق با توجه به اطلاعات مسئله به‌صورت زیر خواهد بود:

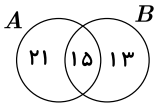
$$n(A\cup B)+۵=n(A)+x+n(B)-(n(A\cap B)+۲) \Rightarrow n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)+x-۷$$

$$(۱) \text{ طبق رابطهٔ } \Rightarrow x-۷=۰ \Rightarrow x=۷$$

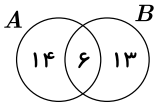
$$n(A-B)=n(A)-n(A\cap B) \Rightarrow \text{اولیه} \quad \text{جدید } n(A-B)=n(A)+۷-(n(A\cap B)+۲)=n(A)-n(A\cap B)+۵$$

یعنی به مجموعهٔ $(A-B)$، ۵ عضو جدید اضافه خواهد شد.

۱۷ - گزینه ۱ توزیع اولیهٔ بین مجموعه‌های A و B به صورت زیر است:



با حذف ۹ عضو از اشتراک دو مجموعه و $۱۶-۹=۷$ عضو از ۲۱ عضو دیگر A، توزیع اعضا به صورت زیر خواهد بود:



بنابراین تعداد اعضای آنها برابر $۱۳+۶+۱۴=۳۳$ خواهد بود.

۱۸ - گزینه ۱

$$\text{متمم}=\left((B-A)'-A\right)'=\left((B\cap A')'\cap A'\right)'=\left((B\cap A')'\right)'\cup(A')'=(B\cap A')\cup A$$

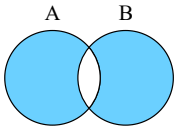
$$=(B\cup A)\cap\underbrace{(A'\cup A)}_{U}=B\cup A=A\cup B$$

۱۹ - گزینه ۱

$$(A-B)'\cap(A\cup B)\cap A'=(A\cap B')'\cap(A\cup B)\cap A'$$

$$=(A'\cup B)\cap(A\cup B)\cap A'=\underbrace{(B\cup\varnothing)}_{B}\cap A'=B\cap A'=B-A$$

۲۰ - گزینه ۱ می‌دانیم مجموعه‌های $(A-B)$ و $(A\cap B)$ و $(B-A)$ سه مجموعهٔ دو به دو جدا از هم هستند و همواره:



$$(A-B)\cup(A\cap B)\cup(B-A)=A\cup B$$

بنابراین طبق فرض خواهیم داشت:

$$(A-B)\cup(A\cap B)\cup(B-A)=B\Rightarrow A\cup B=B\Rightarrow A\subseteq B$$

حال می‌توان حاصل عبارت مطلوب را به‌دست آورد:

$$A\subseteq B\Rightarrow A\cap B=A\ \ ,\ \ A\cap B'=A-B=\varnothing\Rightarrow(A\cap B)-(A\cap B')=A-\varnothing=A$$

۲۱ - گزینه ۱

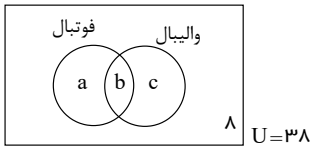
می‌دانیم:

$$\begin{array}{|c|}\hline A-B=A\cap B'\\ (A\cup B)'=A'\cap B'\\ (A\cap B)'=A'\cup B'\\ (A')'=A\\ A\cap A'=\varnothing\\ A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)\\ \hline\end{array}$$

$$\big((A'\cup B')\cup[B-(B-A)]\big)'=\big((A'\cup B')\cup[B-(B\cap A')]\big)'$$
$$=\big((A'\cup B')\cup[B\cap(B\cap A')']\big)'$$
$$=\big((A'\cup B')\cup[B\cap(B'\cup A)]\big)'=\left((A'\cup B')\cup\overbrace{(B\cap B')}^{\varnothing}\cup(B\cap A)\right)'$$
$$=\big((A'\cup B')\cup(B\cap A)\big)'$$
$$=(A'\cup B')'\cap(B\cap A)'$$
$$=(A\cap B)\cap(B'\cup A')=(A\cap\underbrace{B\cap B'}_{\varnothing})\cup\overbrace{(A\cap B\cap A')}^{\varnothing}$$
$$=\varnothing\cup\varnothing=\varnothing$$

۲۲ - گزینه ۲

با توجه به نمودار ون داریم:



U=۳۸

$$\begin{cases}a=3c\\ a+b=5c\xrightarrow{a=3c}3c+b=5c\Rightarrow b=2c\end{cases}$$

$$38=a+b+c+8\Rightarrow a+b+c=30\xrightarrow[b=2c]{a=3c}3c+2c+c=6c=30\Rightarrow c=5$$

$$a=3c\Rightarrow a=15$$

$$b=2c\Rightarrow b=10$$

۲۳ - گزینه ۳

چند دستهٔ اول را نوشته و با جملات آخر هر دسته یک دنباله تشکیل داده و جملهٔ چهلم دنباله را پیدا می‌کنیم:

دستهٔ اول: $\{1\}$

دستهٔ دوم: $\{3,5\}$

دستهٔ سوم: $\{7,9,11\}$

دستهٔ چهارم: $\{13,15,17,19\}$

بنابراین دنبالهٔ جملات آخر دسته‌ها به‌صورت $1,5,11,19,\cdots$ است که می‌توان به‌صورت $(1\times2)-1,(2\times3)-1,(3\times4)-1,\cdots$ نوشت، یعنی جملهٔ عمومی $a_n=n(n+1)-1$ است، پس:

$$a_{40}=40\times(41)-1=1640-1=1639$$

فصل ۱

۲۴ - گزینه ۱

شمارهٔ شکل	۱	۲	۳	...	n
تعداد مثلث‌های سیاه	$۱=\frac{۱\times۲}{۲}$	$۳=\frac{۲\times۳}{۲}$	$۶=\frac{۳\times۴}{۲}$	...	$\frac{n(n+۱)}{۲}$
تعداد مثلث‌های سفید	$۳=\frac{۲\times۳}{۲}$	$۶=\frac{۳\times۴}{۲}$	$۱۰=\frac{۴\times۵}{۲}$	...	$\frac{(n+۱)(n+۲)}{۲}$

$$\frac{\frac{n(n+۱)}{۲}}{\frac{(n+۱)(n+۲)}{۲}}=\frac{n}{n+۲}\xrightarrow{n=۹۸}\frac{۹۸}{۱۰۰}$$

۲۵ - گزینه ۲ چند جمله از این دنباله را به‌دست می‌آوریم:

$$t_۱=\frac{۱-۲}{۳+۱}=\frac{-۱}{۴}\qquad t_۲=\frac{۲-۲}{۳\times۲+۱}=۰$$

و از $n=۳$ به بعد صورت، عددی مثبت می‌شود.

$$t_۳=\frac{۳-۲}{۳\times۳+۱}=\frac{۱}{۱۰}$$

و حاصل تقسیم آن بر مخرج (که آن هم عددی مثبت است) مثبت خواهد شد. پس این دنباله فقط یک جمله منفی دارد.

۲۶ - گزینه ۲ t_n زمانی عدد صحیح است که صورت آن بر مخرج آن بخش‌پذیر باشد. از آن‌جا که ۲۳ عددی اول است، فقط دو شمارندهٔ طبیعی ۱ و ۲۳ را دارد و می‌دانیم که $۱, -۱, ۲۳, -۲۳$ نیز شمارنده‌های صحیح آن هستند. پس $۲n+۱$ اگر چهار مقدار $۱, ۲۳, -۱, -۲۳$ را اختیار کند، حاصل t_n عددی صحیح خواهد بود:

$۲n+۱=۱\Rightarrow ۲n=۰\Rightarrow n=۰$ n عددی طبیعی نیست و غیرقابل قبول است.

$۲n+۱=۲۳\Rightarrow ۲n=۲۲\Rightarrow n=۱۱$

$۲n+۱=-۱\Rightarrow ۲n=-۲\Rightarrow n=-۱$ n عددی طبیعی نیست و غیرقابل قبول است.

$۲n+۱=-۲۳\Rightarrow ۲n=-۲۴\Rightarrow n=-۱۲$ n عددی طبیعی نیست و غیرقابل قبول است.

پس فقط یک جملهٔ صحیح دارد و آن هم جملهٔ ۱۱اُم آن است.

۲۷ - گزینه ۴

می‌دانیم: $\boxed{(\sqrt[n]{a})^۲=a\left(\begin{array}{l}n\text{ زوج}\\a<۰\end{array}\right),(a-b)(a+b)=a^۲-b^۲}$

ابتدا جملهٔ عمومی دنباله را گویا می‌کنیم:

$$t_n=\frac{۱}{\sqrt{n+۱}+\sqrt{n}}\times\frac{\sqrt{n+۱}-\sqrt{n}}{\sqrt{n+۱}-\sqrt{n}}=\frac{\sqrt{n+۱}-\sqrt{n}}{n+۱-n}=\sqrt{n+۱}-\sqrt{n}$$

$$\left.\begin{array}{l}t_۱=\sqrt{۲}-\sqrt{۱}\\t_۲=\sqrt{۳}-\sqrt{۲}\\t_۳=\sqrt{۴}-\sqrt{۳}\\t_{۱۵}=\sqrt{۱۶}-\sqrt{۱۵}\end{array}\right\}\Rightarrow t_۱+\cdots+t_{۱۵}=-\sqrt{۱}+\sqrt{۱۶}=۴-۱=۳$$

۲۸ - گزینه ۴

با استفاده از جملات داده شده برای هر کدام از دنباله‌ها، جمله عمومی هر کدام را پیدا کرده و مجموع جملات ششم را به‌دست می‌آوریم:

$$a_n=an+b\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}a_۴=۴a+b=۱۷\\a_{۱۰}=۱۰a+b=۴۱\end{array}\right.\Rightarrow ۶a=۲۴\Rightarrow a=۴\Rightarrow b=۱\Rightarrow a_۶=۶a+b=۲۵$$

$$b_n=an^۲+bn+c\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}b_۱=a+b+c=۵\\b_۲=۴a+۲b+c=۱۳\\b_۳=۹a+۳b+c=۲۳\end{array}\right.\Rightarrow a=۱,b=۵,c=-۱\Rightarrow b_۶=۱(۳۶)+۵(۶)-۱=۶۵$$

$$\Rightarrow a_۶+b_۶=۲۵+۶۵=۹۰$$

۲۹ - گزینه ۳ جملات الگو را با استفاده از گزینه‌های سؤال، تشکیل می‌دهیم. فقط گزینهٔ ۳ می‌تواند اعداد موردنظر را تولید کند:

$t_۱=۱^۲+۲\times۱=۳$ $\qquad t_۳=۳^۲+۲\times۳=۱۵$

$t_۲=۲^۲+۲\times۲=۸$ $\qquad t_۴=۴^۲+۲\times۴=۲۴$

۳۰ - گزینه ۲ چشم‌انداز: تغییری در جملهٔ عمومی دنباله ایجاد می‌کنیم.

پلهٔ یکم:

$$\frac{۱}{\sqrt{n+۱}+\sqrt{n}}\times\frac{\sqrt{n+۱}-\sqrt{n}}{\sqrt{n+۱}-\sqrt{n}}=\frac{\sqrt{n+۱}-\sqrt{n}}{n+۱-n}=\sqrt{n+۱}-\sqrt{n}$$

پلهٔ دوم:

$$a_۱+a_۲+\cdots+a_{۹۹}=\sqrt{۲}-\sqrt{۱}+\sqrt{۳}-\sqrt{۲}+\cdots+\sqrt{۱۰۰}-\sqrt{۹۹}=\sqrt{۱۰۰}-\sqrt{۱}=۱۰-۱=۹$$

۳۱ - گزینه ۲ نکته: اگر اختلاف جملات متوالی یک دنبالهٔ درجهٔ دوم، یک دنبالهٔ حسابی باشد، نصف قدرنسبت دنبالهٔ حسابی به‌دست‌آمده برابر ضریب $n^۲$ در ضابطهٔ دنبالهٔ درجه دوم است.

قدرنسبت در دنبالهٔ حسابی $۳, ۷, ۱۱, \cdots$ برابر ۴ است. پس ضریب $n^۲$ برابر ۲ است.

$$\underbrace{۱}_{۳},\overbrace{\underbrace{۴}_{۱۱},\underbrace{۱۱}_{۲۲}}^{۷},\cdots$$

$$a_n=۲n^۲+An+B\Rightarrow\begin{cases}a_۱=۲+A+B=۱\\a_۲=۸+۲A+B=۴\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A=-۳\\B=۲\end{cases}\Rightarrow a_n=۲n^۲-۳n+۲\Rightarrow a_۹+a_{۱۰}=(۱۶۲-۲۷+۲)+(۲۰۰-۳۰+۲)=۳۰۹$$

۳۲ - گزینه ۴ راه اول: محاسبه t_n

$$t_{۲n+۱}=\frac{n+۲}{n+۴}$$

$$۲n+۱=a\Rightarrow ۲n=a-۱\Rightarrow n=\frac{a-۱}{۲}$$

در $t_{۲n+۱}$ جایگزین می‌کنیم : $t_a=\frac{\frac{a-۱}{۲}+۲}{\frac{a-۱}{۲}+۴}\Rightarrow t_{۱۵}=\frac{\frac{۱۵-۱}{۲}+۲}{\frac{۱۵-۱}{۲}+۴}=\frac{۷+۲}{۷+۴}=\frac{۹}{۱۱}$

راه دوم:

$$۲n+۱=۱۵\Rightarrow ۲n=۱۴\Rightarrow n=۷$$

$$t_{۲n+۱}=\frac{n+۲}{n+۴}\Rightarrow t_{۱۵}=\frac{۷+۲}{۷+۴}=\frac{۹}{۱۱}$$

۳۳ - گزینه ۳ ابتدا جملهٔ عمومی را ساده می‌کنیم، می‌دانیم، پس:

$$a_n=\frac{۱}{n^۲}+\frac{۲}{n^۲}+\cdots+\frac{n}{n^۲}=\frac{۱+۲+\cdots+n}{n^۲}=\frac{\frac{n(n+۱)}{۲}}{n^۲}=\frac{n+۱}{۲n}$$

$$a_{۲۰}-a_{۱۸}=\frac{۲۱}{۴۰}-\frac{۱۹}{۳۶}=\frac{۱۸۹-۱۹۰}{۳۶۰}=-\frac{۱}{۳۶۰}$$

۳۴ - گزینه ۳

در هر دنبالهٔ حسابی با جملهٔ اول $a_۱$ و قدر نسبت d، جملهٔ nام از رابطهٔ $a_n=a_۱+(n-۱)d$ به‌دست می‌آید و اگر a,b,c سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی باشند، آن‌گاه $b^۲=ac$ است.

$$a_۳,a_۷,a_۹\Rightarrow a_۱+۲d,a_۱+۶d,a_۱+۸d\xrightarrow{\text{دنبالهٔ هندسی}}(a_۱+۲d)(a_۱+۸d)=(a_۱+۶d)^۲\Rightarrow a_۱^۲+۸a_۱d+۲a_۱d+۱۶d^۲=a_۱^۲+۳۶d^۲+۱۲a_۱d$$

$$\Rightarrow ۲۰d^۲+۲a_۱d=۰\xrightarrow[۲d]{\text{تقسیم بر}}۱۰d+a_۱=۰\Rightarrow a_{۱۱}=۰$$

دقت کنید چون جملات دنبالهٔ حسابی متمایز هستند، پس $d\neq ۰$ و می‌توانیم بر $۲d$ تقسیم کنیم.

۳۵ - گزینه ۴

اگر a,b,c سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ حسابی باشند، آنگاه $a+c=۲b$ است. همچنین در یک دنبالهٔ هندسی با جملهٔ اول $a_۱$ و قدر نسبت r، جملهٔ nام از رابطهٔ $a_n=a_۱r^{n-۱}$ به‌دست می‌آید.

$$a_۲\ ,\ ۲a_۵\ ,\ a_۸\ \Rightarrow\ a_۱r\ ,\ ۲a_۱r^۴\ ,\ a_۱r^۷$$

$$\xrightarrow{\text{دنبالهٔ حسابی}}\ a_۱r+a_۱r^۷=۴a_۱r^۴\xrightarrow{\div a_۱r}۱+r^۶=۴r^۳\Rightarrow r^۶-۴r^۳+۱=۰$$

$$\xrightarrow{r^۳=A}A^۲-۴A+۱=۰\ \Rightarrow\ \Delta=۱۶-۴=۱۲\Rightarrow\begin{cases}A=\frac{۴+۲\sqrt{۳}}{۲}=۲+\sqrt{۳}=r^۳\\A=\frac{۴-۲\sqrt{۳}}{۲}=۲-\sqrt{۳}=r^۳\end{cases}$$

اگر فرض کنیم دنباله، صعودی است، جملهٔ هشتم بزرگ‌ترین جمله است.

$$\frac{a_۸}{a_۲}=\frac{a_۱r^۷}{a_۱r}=r^۶=(r^۳)^۲=(۲+\sqrt{۳})^۲=۴+۳+۴\sqrt{۳}=۷+۴\sqrt{۳}$$

۳۶ - گزینه ۳ جملات مشترک دو دنبالهٔ عددی، یک دنبالهٔ عددی است که قدر نسبت آن ک.م.م قدر نسبت‌های دو دنبالهٔ اصلی است.

$۲, ۷, ۱۲, ۱۷\cdots$

$۸, ۱۱, ۱۴, ۱۷\cdots$

دنبالهٔ اعضای مشترک $۱۷, ۳۲, ۴۷, \cdots$

$$a_n=۱۷+(n-۱)\times۱۵=۱۵n+۲$$

$$۱۰۰\leq a_n\leq ۹۹۹\to ۱۰۰\leq ۱۵n+۲\leq ۹۹۹\to\frac{۹۸}{۱۵}\leq n\leq\frac{۹۹۷}{۱۵}$$

$\rightarrow ۷ \le n \le ۶۶ \rightarrow$ تعداد جملات $= ۶۶ - ۷ + ۱ = ۶۰$

۳۷ - گزینه ۴ روش اول: نکته: اگر جملات a_k, a_m, a_n از یک دنبالهٔ حسابی به‌ترتیب سه جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ هندسی باشند، آنگاه:

قدر نسبت دنبالهٔ هندسی $q = \dfrac{k-m}{m-n}$

بنابراین:

$$q = \frac{۱۱ - ۵}{۵ - ۱} = \frac{۶}{۴} = \frac{۳}{۲}$$

روش دوم: فرض کنیم a_n جمله عمومی دنبالهٔ حسابی می‌باشد:

$a_۱ , a_۵ , a_{۱۱}$ جمله متوالی تصاعد هندسی $\Rightarrow a_۵^۲ = a_۱ \times a_{۱۱}$

$\Rightarrow (a_۱ + ۴d)^۲ = a_۱(a_۱ + ۱۰d) \Rightarrow a_۱^۲ + ۸a_۱d + ۱۶d^۲ = a_۱^۲ + ۱۰ad \Rightarrow ۱۶d^۲ = ۲a_۱d$

$\Rightarrow a_۱ = ۸d \Rightarrow q($قدر نسبت تصاعد هندسی$) = \dfrac{a_۵}{a_۱} = \dfrac{a_۱ + ۴d}{a_۱} = \dfrac{۸d + ۴d}{۸d} = \dfrac{۳}{۲}$

۳۸ - گزینه ۲ قدرنسبت جملات مشترک دو دنباله برابر با ک.م.م قدرنسبت‌های ۲ دنباله اصلی است. با ادامه دادن دنباله‌ها، جمله اول مشترک را به‌دست آورده و جمله عمومی جملات مشترک را می‌نویسیم:

$۲, ۹, ۱۶, ۲۳, ۳۰, \boxed{۳۷}, \cdots$ $\qquad$ $۱۲, ۱۷, ۲۲, ۲۷, ۳۲, \boxed{۳۷}, \cdots$

مشترک $\begin{cases} a_۱ = ۳۷ \\ d = [۵, ۷] = ۳۵ \end{cases} \Rightarrow a_n = a_۱ + (n-۱)d \Rightarrow a_n = ۳۵n + ۲$

$a_n < ۳۰۰ \Rightarrow ۳۵n + ۲ < ۳۰۰ \Rightarrow n < ۸\diagup \cdots \Rightarrow n \le ۸$

$\xrightarrow[\text{دارد (۳۷,۷۲)}]{\text{اما ۲ جمله مشترک دورقمی}}$ تعداد جملات مشترک سه‌رقمی $= ۸ - ۲ = ۶$

۳۹ - گزینه ۴

اگر a, b, c سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی باشند، آنگاه: $b^۲ = a \cdot c$

روش اول:

$a + ۳d, a + ۵d, a + ۱۱d \Rightarrow (a + ۵d)^۲ = (a + ۳d)(a + ۱۱d) \Rightarrow a^۲ + ۲۵d^۲ + ۱۰ad = a^۲ + ۱۴ad + ۳۳d^۲$

$\Rightarrow -۴ad = ۸d^۲ \xrightarrow[d \neq ۰]{\text{جملات دنباله متمایزند}} \Rightarrow -۴a = ۸d \Rightarrow a = -۲d \Rightarrow q = \dfrac{a+۵d}{a+۳d} \Rightarrow q = \dfrac{۳d}{d} = ۳$

روش دوم: نکته: اگر جملات a_k, a_m, a_n از یک دنبالهٔ حسابی به‌ترتیب سه جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ هندسی باشند، آنگاه:

قدر نسبت دنبالهٔ هندسی $q = \dfrac{k-m}{m-n}$

بنابراین:

$$q = \frac{۱۲ - ۶}{۶ - ۴} = \frac{۶}{۲} = ۳$$

۴۰ - گزینه ۲

نکته: قدرنسبت دنباله‌ای با جملات a_n, a_m از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید: $\boxed{d = \frac{a_m - a_n}{m-n}}$

نکته: قانون اندیس‌ها $\boxed{m + n = p + q \Rightarrow a_m + a_n = q_p + q_q}$

با استفاده از قانون اندیس‌ها داریم: $a_۴ + a_۵ + a_۶ + a_۸ + a_۹ + a_{۱۰} = ۲۴$

هر جمله در دنباله حسابی، میانگین جملات بعد و قبل خود است:

$$\frac{a_۶ + a_۸}{۲} = a_۷ \Rightarrow a_۶ + a_۸ = ۲a_۷$$

$\xrightarrow[a_۴+a_{۱۰}=۲a_۷]{a_۶+a_۸=۲a_۷ \ , \ a_۵+a_۹=۲a_۷}$ $۲a_۷ + ۲a_۷ + ۲a_۷ = ۲۴ \Rightarrow ۶a_۷ = ۲۴ \Rightarrow a_۷ = ۴$

با معلوم بودن $a_۷, a_{۲۰}$، قدرنسبت را به‌دست می‌آوریم:

$$d = \frac{a_{۲۰} - a_۷}{۲۰ - ۷} = \frac{۴۳ - ۴}{۱۳} = \frac{۳۹}{۱۳} = ۳$$

۴۱ - گزینه ۲ جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی $\boxed{t_n = a_۱ + (n-۱)d}$

از آنجا که دنبالهٔ حسابی یک الگوی خطی است، جملهٔ عمومی آن به‌صورت $t_n = an + b$ است؛ یعنی برحسب متغیر n از درجهٔ اول است. بنابراین ضریب جملهٔ $n^۲$ باید صفر باشد:

ضریب $n^۲ = m - ۲ = ۰ \Rightarrow m = ۲$

پس t_n برابر است با: $t_n = \dfrac{۲}{۲}n + ۱ \Rightarrow t_n = n + ۱$

حال جملهٔ هفتم را به دست می‌آوریم: $t_۷ = ۷ + ۱ = ۸$

۴۲ - گزینه ۳ ابتدا مقادیر دنباله را به‌صورت $a_۱, a_۲, a_۳, \cdots, a_{۲n}$ فرض می‌کنیم. بنابراین جمع تمام جملات برابر است با:

فصل ۱

$$S_{۲n}=\frac{a_۱(۱-q^{۲n})}{۱-q}$$

وقتی بخواهیم فقط جمع ردیف‌های فرد را حساب کنیم، باید بدانیم که تعداد جملات نصف می‌شود و چون یک در میان باید انتخاب کنیم قدر نسبت مربع می‌شود.

$$\text{جمع جملات مرتبه فرد}=\frac{a_۱(۱-(q^۲)^n)}{۱-q^۲}$$

$$\text{(جمع جملات مرتبه فرد) ۳ = جمع کل جملات}\Rightarrow \frac{a_۱(۱-q^{۲n})}{۱-q}=\frac{۳a_۱(۱-q^{۲n})}{(۱-q)\cdot(۱+q)}\Rightarrow \frac{۳}{۱+q}=۱\Rightarrow q=۲$$

۴۳ - گزینه ۳ آخرین عدد دستهٔ هشتم، $۶۴=۸^۲$ است بنابراین دستهٔ نهم از ۶۵ شروع می‌شود.

$$\{۶۵,\cdots,۸۱\}\to b,a \text{ عدد دو بین حسابی واسطهٔ}=\frac{a+b}{۲}\to \text{ حسابی واسطهٔ}=\frac{۶۵+۸۱}{۲}=\frac{۱۴۶}{۲}=۷۳$$

۴۴ - گزینه ۱

نکته: در هر دنباله‌ی حسابی داریم: $m+n=p+q\Rightarrow a_m+a_n=a_p+a_q$ (قانون اندیس‌ها)

پس: $a_{۱۵}+a_{۱۱}=a_{۱۳}+a_{۱۳}=۲a_{۱۳}\Rightarrow a_{۱۵}+a_{۱۱}=۲\times ۳۰=۶۰$

از طرفی طبق فرض:

$$a_{۱۵}^۲-a_{۱۱}^۲=۱۲۰\Rightarrow (a_{۱۵}-a_{۱۱})\underbrace{(a_{۱۵}+a_{۱۱})}_{۶۰}=۱۲۰\Rightarrow a_{۱۵}-a_{۱۱}=۲$$

$$\Rightarrow (a_۱+۱۴d)-(a_۱+۱۰d)=۲\Rightarrow ۴d=۲\Rightarrow d=\frac{۱}{۲}$$

جمله‌ی بیستم از اضافه شدن ۷ تا d به جمله‌ی سیزدهم بدست می‌آید:

$$a_{۲۰}=a_{۱۳}+۷d=۳۰+۷\times\frac{۱}{۲}=۳۰+۳/۵=۳۳/۵$$

۴۵ - گزینه ۴

روش اول: در هر دنبالهٔ حسابی با جملهٔ اول $a_۱$ و قدرنسبت d، جملهٔ nام از رابطهٔ $a_n=a_۱+(n-۱)d$ به‌دست می‌آید و اگر a,b,c جملات متوالی یک دنبالهٔ هندسی باشند $ac=b^۲$ است.

$$a_۳,a_۷,a_{۱۶}\to a_۱+۲d,a_۱+۶d,a_۱+۱۵d\xrightarrow{\text{دنبالهٔ هندسی}}(a_۱+۲d)(a_۱+۱۵d)=(a_۱+۶d)^۲$$

$$\to a_۱^۲+۱۵a_۱d+۲a_۱d+۳۰d^۲=a_۱^۲+۳۶d^۲+۱۲a_۱d$$

$$\to ۶d^۲-۵a_۱d=۰\to d(۶d-۵a_۱)=۰\to ۵a_۱=۶d\to a_۱=\frac{۶}{۵}d$$

$$\text{جملات}:\frac{۶}{۵}d+۲d,\frac{۶}{۵}d+۶d,\frac{۶}{۵}d+۱۵d\to \frac{۱۶}{۵}d,\frac{۳۶}{۵}d,\frac{۸۱}{۵}d\to q_{\text{ هندسی}}=\frac{\frac{۳۶}{۵}d}{\frac{۱۶}{۵}d}=\frac{۳۶}{۱۶}=\frac{۹}{۴}$$

روش دوم: اگر a_m,a_n,a_p جملات یک دنبالهٔ حسابی باشند که با یکدیگر تشکیل دنبالهٔ هندسی می‌دهند آن‌گاه $q_{\text{ هندسی}}=\frac{p-n}{n-m}$ است.

$$a_۳,a_۷,a_{۱۶}\to q_{\text{ هندسی}}=\frac{۱۶-۷}{۷-۳}=\frac{۹}{۴}$$

۴۶ - گزینه ۳ اگر جملات دنبالهٔ هندسی را به صورت $a_۱,a_۱q,a_۱q^۲,a_۱q^۳,\cdots$ در نظر بگیریم، در این صورت باید $a_۱q^۳\le ۱۳۰$ باشد که چون $q>۱$ است پس q می‌تواند برابر ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ باشد، بنابراین داریم:

$q=۲\Rightarrow a_۱q^۳=۸a_۱\le ۱۳۰\Rightarrow a_۱=۱$ یا ۲ یا ۳ یا ... یا ۱۶ $\to$ مقدار ۱۶

$q=۳\Rightarrow a_۱q^۳=۲۷a_۱\le ۱۳۰\Rightarrow a_۱=۱$ یا ۲ یا ۳ یا ۴ $\to$ مقدار ۴

$q=۴\Rightarrow a_۱q^۳=۶۴a_۱\le ۱۳۰\Rightarrow a_۱=۱$ یا ۲ $\to$ مقدار ۲

$q=۵\Rightarrow a_۱q^۳=۱۲۵a_۱\le ۱۳۰\Rightarrow a_۱=۱$ $\to$ مقدار ۱

بنابراین جمعاً ۲۳ دنبالهٔ هندسی با شرایط مطلوب وجود دارد.

۴۷ - گزینه ۲ در یک دنباله‌ی هندسی، جمله‌ی عمومی به صورت $t_n=t_۱q^{n-۱}$ است:

$$\begin{matrix}t_۴=۹\Rightarrow t_۱q^۳=۹\\ t_۸=۱۲\Rightarrow t_۱q^۷=۱۲\end{matrix}\xrightarrow{\div}\frac{t_۱q^۳}{t_۱q^۷}=\frac{۹}{۱۲}\Rightarrow\frac{۱}{q^۴}=\frac{۹}{۱۲}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow q^۴=\frac{۴}{۳}$$

جمله‌ی دوازدهم این دنباله، از چهار بار ضرب کردن q در جمله‌ی هشتم بدست می‌آید:

$$t_{۱۲}=t_۸\times q^۴=۱۲\times\frac{۴}{۳}=۱۶$$

۴۸ - گزینه ۱ چون صحبت از حاصل‌ضرب جملات متوالی به میان آمده جملات را به‌صورت زیر درنظر می‌گیریم:

فصل ۱

جملهٔ وسط

$$\frac{x}{r^{۷}}, \frac{x}{r^{۶}}, \frac{x}{r^{۵}}, \frac{x}{r^{۴}}, \frac{x}{r^{۳}}, \frac{x}{r^{۲}}, \frac{x}{r}, \overset{\uparrow}{x}, xr, xr^{۲}, xr^{۳}, xr^{۴}, xr^{۵}, xr^{۶}, xr^{۷}$$

جملهٔ هشتم

حاصل‌ضرب ۱۵ جمله $= \frac{x}{r^{۷}} \times \cdots \times x \times \cdots \times xr^{۷} = x^{۱۵} = ۱۰۰ \Rightarrow x = \sqrt[۱۵]{۱۰۰}$

۴۹ - گزینه ۴ اگر a, b, c سه جملهٔ متوالی از دنبالهٔ هندسی باشند، آن‌گاه $b^{۲} = ac$ است.

$$(\frac{x}{۲})^{۲} = \underbrace{(۲\sqrt{۲} + \sqrt{۳})(۲\sqrt{۲} - \sqrt{۳})}_{\text{مزدوج}}$$

$$\frac{x^{۲}}{۴} = ۸ - ۳ \Rightarrow \frac{x^{۲}}{۴} = \frac{۵}{۱} \Rightarrow x^{۲} = ۲۰ \Rightarrow x = \pm\sqrt{۲۰} = \pm\sqrt{۴ \times ۵} \Rightarrow x = \pm ۲\sqrt{۵}$$

۵۰ - گزینه ۲ می‌دانیم: جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی برابر است با: $a_n = a_۱ + (n-۱)d$.

$$t_۲ = t_۱ + d = ۰ \Rightarrow t_۱ = -d$$

$$\begin{cases} t_m = t_۱ + (m-۱)d = n^{۲} \\ t_n = t_۱ + (n-۱)d = m^{۲} \end{cases} \xrightarrow{t_۱ = -d} \begin{cases} -d + (m-۱)d = n^{۲} \\ -d + (n-۱)d = m^{۲} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (m-۲)d = n^{۲} \\ (n-۲)d = m^{۲} \end{cases}$$

$$(m-۲)d - (n-۲)d = n^{۲} - m^{۲}$$

$$\Rightarrow (m-n)d = n^{۲} - m^{۲} \Rightarrow d = \frac{n^{۲} - m^{۲}}{m-n} = \frac{(n-m)(n+m)}{(m-n)} = -(n+m)$$

$$t_۱ = -d = -(-(n+m)) = n + m$$

۵۱ - گزینه ۳ در هر دنبالهٔ هندسی با جملهٔ اول $a_۱$ و نسبت مشترک r، جملهٔ nام از رابطهٔ $a_n = a_۱ r^{n-۱}$ به‌دست می‌آید.

$$a_۲ \times a_۴ = \frac{۴}{۸۱} \Rightarrow a_۱ r \times a_۱ r^{۳} = \frac{۴}{۸۱} \Rightarrow {a_۱}^{۲} r^{۴} = \frac{۴}{۸۱} \Rightarrow (a_۱ r^{۲})^{۲} = \frac{۴}{۸۱} \Rightarrow a_۱ r^{۲} = \pm\frac{۲}{۹}$$

چون $r^{۲}$ مثبت است و جملات دنباله، منفی هستند، پس $a_۱ r^{۲} = -\frac{۲}{۹}$ است.

$$a_۱ + a_۳ = -\frac{۱۳}{۱۸} \Rightarrow a_۱ + a_۱ r^{۲} = -\frac{۱۳}{۱۸} \xrightarrow{a_۱ r^{۲} = -\frac{۲}{۹}} a_۱ - \frac{۲}{۹} = -\frac{۱۳}{۱۸} \Rightarrow a_۱ = -\frac{۱۳}{۱۸} + \frac{۲}{۹}$$

$$\Rightarrow a_۱ = \frac{-۱۳ + ۴}{۱۸} = -\frac{۹}{۱۸} = -\frac{۱}{۲}$$

۵۲ - گزینه ۲ فرض می‌کنیم جملهٔ xام دنبالهٔ حسابی، جملهٔ اول دنبالهٔ هندسی باشد، پس باید رابطهٔ $a_x \cdot a_{۱۲} = a_۷^{۲}$ برقرار باشد:

$$(a_۱ + ۱۱d)(a_۱ + (x-۱)d) = (a_۱ + ۶d)^{۲}$$

$$\Rightarrow a_۱^{۲} + a_۱ d(x-۱) + ۱۱a_۱ d + ۱۱(x-۱)d^{۲} = a_۱^{۲} + ۱۲a_۱ d + ۳۶d^{۲}$$

$$\Rightarrow a_۱ dx - ۲a_۱ d = ۳۶d^{۲} + ۱۱d^{۲} - ۱۱xd^{۲}$$

$$\Rightarrow a_۱ d(x-۲) = d^{۲}(۴۷ - ۱۱x) \Rightarrow \frac{d}{a_۱} = \frac{x-۲}{۴۷ - ۱۱x} = \frac{۲}{۳} ۹۴ - ۲۲x = ۳x - ۶ \Rightarrow x = ۴$$

۵۳ - گزینه ۲

در دنباله هندسی با جمله اول $a_۱$ و قدرنسبت q، مجموع n جمله اول، از رابطه $S_n = \frac{a_۱(۱ - q^{n})}{۱ - q}$ به‌دست می‌آید. پس داریم:

$$S_n = \frac{a_۱(۱ - q^{n})}{۱ - q} \rightarrow -۴۴ = \frac{a_۱(۱ - (-\frac{۱}{۲})^{۵})}{۱ - (-\frac{۱}{۲})} \Rightarrow a_۱(۱ + \frac{۱}{۳۲}) = -۶۶ \Rightarrow a_۱(\frac{۳۳}{۳۲}) = -۶۶ \Rightarrow a_۱ = -۶۴$$

$$\left.\begin{array}{l} a = a_۵ = a_۱ q^{۴} = -۴, c = a_۷ = a_۱ q^{۶} = -۱ \\ b = a_۶ = a_۱ q^{۵} = ۲, d = a_۸ = a_۱ q^{۷} = \frac{۱}{۲} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\sqrt{a^{۲} + d^{۲}}}{bc} = \frac{-\sqrt{۶۵}}{۴}$$

۵۴ - گزینه ۲

پنج واسطهٔ حسابی

$$\underset{\downarrow}{a_۱}, \overbrace{a_۲, a_۳, a_۴, a_۵, a_۶}, \underset{\downarrow}{a_۷}$$

$$\underset{۲^{۲۰}}{} \qquad\qquad \underset{۲^{۲۲}}{}$$

$$a_۷ = a_۱ + ۶d \Rightarrow ۲^{۲۲} = ۲^{۲۰} + ۶d \Rightarrow ۶d = ۲^{۲۲} - ۲^{۲۰} \Rightarrow d = \frac{۲^{۲۲} - ۲^{۲۰}}{۶} = \frac{۲^{۲} \times ۲^{۲۰} - ۲^{۲۰}}{۶} = \frac{۳ \times ۲^{۲۰}}{۳ \times ۲} = ۲^{۱۹}$$

کوچکترین واسطهٔ حسابی: $a_۲ = a_۱ + d = ۲^{۲۰} + ۲^{۱۹} = ۲ \times ۲^{۱۹} + ۲^{۱۹} = ۳ \times ۲^{۱۹}$

فصل ۱

درنتیجه داریم:

$$\frac{a_۲}{d}=\frac{۳\times ۲^{۱۹}}{۲^{۱۹}}=۳$$

۵۵ - گزینه ۳

جمله‌ی اول: $a_۱=۵۰۰\ ,\ a_۲=a_۱+\frac{۲۰}{۱۰۰}a_۱=a_۱+\frac{۱}{۵}a_۱=\frac{۶}{۵}a_۱$

$$r=\frac{a_۲}{a_۱}=\frac{\frac{۶}{۵}a_۱}{a_۱}=\frac{۶}{۵}$$

$$\xrightarrow[\text{دنباله}]{\text{نوشتن جملات}} ۵۰۰\ ,\ \underbrace{\frac{۶}{۵}\times ۵۰۰}_{۶۰۰}\ ,\ \underbrace{\frac{۶}{۵}\times ۶۰۰}_{۷۲۰}\ ,\ \underbrace{\frac{۶}{۵}\times ۷۲۰}_{۸۶۴}$$

$\Rightarrow$ مجموع ۴ جمله‌ی اول $=۵۰۰+۶۰۰+۷۲۰+۸۶۴=۲۶۸۴$

البته: برای یافتن مجموع جملات، می‌توان از رابطه‌ی $S_n=\frac{a_۱(۱-r^n)}{۱-r}$ هم استفاده کنید.

۵۶ - گزینه ۲ جملهٔ اول دنباله ۳ و قدرنسبت دنبالهٔ حسابی برابر با: $d=۷-۳=۴$ است. جملهٔ عمومی را تشکیل می‌دهیم:

$$t_n=a_۱+(n-۱)\times ۴\Rightarrow t_n=۳+۴n-۴\Rightarrow t_n=۴n-۱$$

حال نامعادله‌ی $t_n<۱۰۰$ را حل می‌کنیم:

$$۴n-۱<۱۰۰\Rightarrow ۴n<۱۰۱\xrightarrow{\div ۴}n<\frac{۱۰۱}{۴}\Rightarrow n<۲۵/...\Rightarrow n\le ۲۵$$

nهای طبیعی کمتر از $۲۵/...$ عبارتند از:

$$n=۱,۲,۳,...,۲۵$$

پس این دنباله‌ی ۲۵ جمله‌ی کوچک‌تر از ۱۰۰ دارد.

۵۷ - گزینه ۳ وقتی در دنبالهٔ هندسی، حاصل‌ضرب جملات متوالی مورد سؤال قرار می‌گیرد، ترجیحاً آن سه جمله را به‌صورت xr و x و $\frac{x}{r}$ درنظر می‌گیریم:

$$\text{حاصل‌ضرب سه جمله}=\frac{x}{r}\times x\times xr=x^۳=۶۴\xrightarrow{\sqrt[۳]{}}x=۴$$

$$\text{حاصل‌ضرب جملات طرفین}=\frac{x}{r}\times xr=x^۲=۱۶$$

۵۸ - گزینه ۴

جمله عمومی دنبالهٔ حسابی به‌صورت $t_n=t_۱+(n-۱)d$ می‌باشد. داریم:

$$a_۸=۲۰+a_۴\Rightarrow a_۱+۷d=۲۰+a_۱+۳d\Rightarrow ۴d=۲۰\Rightarrow d=۵$$

$$a_۳\cdot a_۸=۴۴۴\Rightarrow (a_۱+۲d)(a_۱+۷d)=۴۴۴\Rightarrow a_۱^۲+۹a_۱d+۱۴d^۲=۴۴۴\xrightarrow{d=۵}a_۱^۲+۴۵a_۱+۳۵۰=۴۴۴\Rightarrow a_۱^۲+۴۵a_۱-۹۴=۰$$

$$\Rightarrow (a_۱+۴۷)(a_۱-۲)=۰\Rightarrow \begin{cases}a_۱=۲\\ a_۱=-۴۷\ (\text{غ ق ق})\end{cases}$$

$$a_۴=a_۱+۳d=۲+(۳\times ۵)=۱۷$$

۵۹ - گزینه ۱ اگر فرض کنیم d قدرنسبت دنبالهٔ حسابی است، آنگاه:

$$\begin{cases}a=b-d\\ c=b+d\end{cases}\Rightarrow a+b+c=۳b=۶\Rightarrow b=۲$$

بنابراین $(۲-d)^۲, ۴, (۲+d)^۲$ دنبالهٔ هندسی می‌سازند، پس:

$$۱۶=((۲-d)(۲+d))^۲=(۴-d^۲)^۲\Rightarrow ۴-d^۲=\pm ۴$$

$$\begin{cases}۴-d^۲=۴\to d=۰ & \text{غ ق ق، زیرا } c,b,a \text{ برابر نیستند.}\\ ۴-d^۲=-۴\Rightarrow d^۲=۸\Rightarrow d=+۲\sqrt{۲}\Rightarrow a=۲-۲\sqrt{۲}=۲(۱-\sqrt{۲}), c=۲+۲\sqrt{۲}=۲(\sqrt{۲}+۱)\end{cases}$$

پس اعداد $a^۲=۴(\sqrt{۲}-۱)^۲$، $b^۲=۴$ و $c^۲=۴(\sqrt{۲}+۱)^۲$ تشکیل دنبالهٔ هندسی می‌دهند و قدرنسبت آن می‌تواند به دو صورت زیر باشد.

$$q=\frac{۱}{(\sqrt{۲}+۱)^۲}=(\sqrt{۲}-۱)^۲=۳-۲\sqrt{۲}\quad \text{یا}\quad q=\frac{۱}{(\sqrt{۲}-۱)^۲}=(\sqrt{۲}+۱)^۲=۳+۲\sqrt{۲}$$

۶۰ - گزینه ۴ می‌دانیم: جملهٔ عمومی هردنبالهٔ هندسی با جملهٔ اول $t_۱$ و قدرنسبت r عبارت‌اند از: $t_n=t_۱r^{n-۱}$

$$\frac{t^۶}{t^۳}=\frac{t_۱r^۵}{t_۱r^۲}=r^۳\Rightarrow \frac{۸}{۲۷}=r^۳\Rightarrow r=\frac{۲}{۳}$$

فصل ۱

$$\frac{t_۲+t_۵+t_۸+\cdots+t_{۹۵}}{t_۴+t_۷+t_{۱۰}+\cdots+t_{۹۷}}=\frac{t_۲+t_۵+t_۸+\cdots+t_{۹۵}}{t_۲r^۲+t_۵r^۲+t_۸r^۲+\cdots+t_{۹۵}r^۲}$$

$$=\frac{t_۲+t_۵+t_۸+\cdots+t_{۹۵}}{r^۲(t_۲+t_۵+t_۸+\cdots+t_{۹۵})}=\frac{۱}{r^۲}=\frac{۱}{(\frac{۲}{۳})^۲}=\frac{۱}{\frac{۴}{۹}}=\frac{۹}{۴}$$

۶۱ - گزینه ۱ می‌دانیم: جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی برابر $a_n+(n-۱)d$ است.

$$\begin{cases}a_{۱۰}\times a_{۲۴}=۲۰۷\\ a_{۱۴}\times a_{۲۰}=۲۴۷\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(a_۱+۹d)(a_۱+۲۳d)=۲۰۷\\ (a_۱+۱۳d)(a_۱+۱۹d)=۲۴۷\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a_۱^۲+۳۲a_۱d+۲۰۷d^۲=۲۰۷\\ a_۱^۲+۳۲a_۱d+۲۴۷d^۲=۲۴۷\end{cases}$$

$$۲۴۷d^۲-۲۰۷d^۲=۲۴۷-۲۰۷$$
$$\Rightarrow d^۲(۲۴۷-۲۰۷)=۲۴۷-۲۰۷$$
$$\Rightarrow d^۲=۱\Rightarrow d=\pm۱\xrightarrow{\text{افزایشی}}d=۱$$

$$a_۱^۲+۳۲a_۱+۲۰۷=۲۰۷\Rightarrow a_۱^۲+۳۲a_۱=۰\Rightarrow a_۱(a_۱+۳۲)=۰\Rightarrow\begin{cases}a_۱=۰ & \text{جملات نامنفی}\\ a_۱=-۳۲ & (\text{غ ق ق})\end{cases}$$

$$a_{۱۸}=a_۱+۱۷d=۰+۱۷\times۱=۱۷$$

۶۲ - گزینه ۱ گزارهٔ «الف» نادرست است، زیرا دنباله‌هایی وجود دارند که نه حسابی و نه هندسی هستند. به‌عنوان نمونه به دنباله‌های زیر توجه کنید:

$$۱,۴,۹,۱۶,۲۵,\cdots,n^۲,\cdots$$
$$۱,\frac{۱}{۲},\frac{۱}{۳},\frac{۱}{۴},\frac{۱}{۵},\cdots,\frac{۱}{n},\cdots$$

گزارهٔ «ب» نادرست است، زیرا دنباله ثابت یعنی دنباله‌هایی که تمام جملات آنها، عدد ثابت a هستند، دنباله‌ای است که هم حسابی و هم هندسی محسوب می‌شود.

$$a,a,a,a,a,\cdots$$

در این نوع دنباله‌ها قدر نسبت دنبالهٔ حسابی $d=۰$ و قدر نسبت دنبالهٔ هندسی $q=۱$ است.

گزارهٔ «ج» صحیح است، زیرا اگر بخواهیم بین دو عدد ۳ و ۴۸، سه واسطهٔ هندسی درج کنیم، خواهیم داشت:

$$۳,۳q,۳q^۲,۳q^۳,۴۸\Rightarrow a_۵=۴۸,a_۱=۳$$
$$a_۵=a_۱q^۴\Rightarrow ۴۸=۳q^۴\Rightarrow q^۴=۱۶\Rightarrow q=\pm۲$$

چون قدر نسبت دنبالهٔ هندسی می‌تواند مثبت یا منفی باشد، پس دو دنبالهٔ زیر را خواهیم داشت:

$$\begin{cases}۳,۶,۱۲,۲۴,۴۸\\ ۳,-۶,۱۲,-۲۴,۴۸\end{cases}$$

بنابراین جواب، یکتا نخواهد بود.

گزارهٔ «د» نادرست است، زیرا جملهٔ mاُم دنبالهٔ هندسی به‌صورت $t_n=t_۱r^{n-۱}$ است که در آن $t_۱$ جملهٔ اول و r قدر نسبت است.

$$\underbrace{t_۱}_{\text{جملهٔ اول}},\ \underbrace{t_۱r}_{\text{جملهٔ دوم}},\ \underbrace{t_۱r^۲}_{\text{جملهٔ سوم}},\ \underbrace{t_۱r^۳}_{\text{جملهٔ چهارم}},\ \cdots,\ \underbrace{t_۱r^{n-۱}}_{\text{جملهٔ }n\text{ام}}$$

پس فقط یکی از گزاره‌های داده شده صحیح است.

۶۳ - گزینه ۲ می‌دانیم ۶۰ درصد سلول‌ها از بین می‌روند و ۴۰ درصد باقی می‌مانند؛ یعنی:

$$a_۱=۱۰^{۱۲},a_۲=۱۰^{۱۲}\times\frac{۴۰}{۱۰۰}\Rightarrow r=\frac{a_۲}{a_۱}=\frac{۲}{۵}\Rightarrow a_n=۱۰^{۱۲}\times(\frac{۲}{۵})^{n-۱}$$

پس از ۶ بار شیمی‌درمانی یعنی جملهٔ هفتم دنباله را می‌خواهیم:

$$\Rightarrow a_۷=۱۰^{۱۲}\times(\frac{۲}{۵})^۶=۱۰^{۱۲}\times\frac{۲^۶}{۵^۶}=۲^{۱۲}\times۵^{۱۲}\times\frac{۲^۶}{۵^۶}=۲^{۱۲}\times۱۰^۶$$

۶۴ - گزینه ۴ چون $x_۱$، $x_۲$ و $x_۳$ سه جملهٔ اول یک دنبالهٔ هندسی هستند، پس خواهیم داشت:

$$x_۲^۲=x_۱x_۳$$

حال تک‌تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ ۱ : $x_۱^۲x_۳^۲=(x_۱x_۳)^۲=(x_۲^۲)^۲$

پس این جملات، یک دنبالهٔ هندسی تشکیل می‌دهند.

گزینهٔ ۲ : $x_۱\cdot x_۳q^۲=(x_۱x_۳)q^۲=x_۲^۲q^۲=(x_۲q)^۲$

پس این جملات، یک دنبالهٔ هندسی تشکیل می‌دهند.

گزینهٔ ۳ : $(x_۱+۱)(x_۳+q^۲)=(x_۱+۱)(x_۱q^۲+q^۲)=(x_۱+۱)(x_۱+۱)q^۲=(x_۱+۱)^۲q^۲=((x_۱+۱)q)^۲=(x_۱q+q)^۲=(x_۲+q)^۲\Rightarrow$

پس این جملات، یک دنبالهٔ هندسی تشکیل می‌دهند.

گزینهٔ ۴ لزوماً یک دنبالهٔ هندسی نخواهد بود، زیرا به‌عنوان مثال اگر $x_۱=۲$ و $x_۲=۴$ و $x_۳=۸$ باشد، دنبالهٔ ۸، ۴ و ۲ یک دنبالهٔ هندسی با قدر نسبت $q=۲$ است اما دنباله‌ای که شامل جملات

فصل ۱

۳ = ۱ + x_1 و ۸ = $x_2 + q^2$ و ۲۴ = $x_3 + q^4$ است یعنی ۲۴، ۸ و ۳ نمی‌تواند یک دنبالهٔ هندسی باشد.

۶۵ - گزینه ۴ به کمک روابط $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$ و $a_n = a_1 + (n-1)d$ می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + \cdots + a_5 = 60 \\ a_4 + a_5 = 3(\underbrace{a_1 + a_2 + a_3}_{a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{5}{2}(2a_1 + 4d) = 60 \\ a_1 + 3d + a_1 + 4d = 3(3a_1 + 3d) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5a_1 + 10d = 60 \\ 2a_1 + 7d - 9a_1 - 9d = 0 \end{cases} \xrightarrow[\times 5]{} \begin{cases} 5a_1 + 10d = 60 \\ -7a_1 - 2d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a_1 + 10d = 60 \\ -35a_1 - 10d = 0 \end{cases}$$

$$-30a_1 = 60 \Rightarrow a_1 = \frac{60}{-30} = -2$$

$$-7a_1 - 2d = 0 \xrightarrow{a_1 = -2} -7(-2) - 2d = 0 \Rightarrow 14 = 2d \Rightarrow d = \frac{14}{2} = 7$$

۶۶ - گزینه ۲ می‌دانیم: جملهٔ عمومی هر دنباله حسابی که جملهٔ اول آن a_1 و قدرنسبت آن d باشد به صورت $t_n = a_1 + (n-1) \times d$ است.

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 = \frac{1}{4}(t_6 + t_7 + t_8 + t_9 + t_{10})$$

$$\Rightarrow t_1 + (t_1 + d) + (t_1 + 2d) + (t_1 + 3d) + (t_1 + 4d) + (t_1 + 5d)$$

$$= \frac{1}{4}(t_1 + 5d) + (t_1 + 6d) + (t_1 + 7d) + (t_1 + 8d) + (t_1 + 9d)$$

$$\Rightarrow 5a_1 + 10d = \frac{1}{4}(5a_1 + 35d) \xrightarrow{a_1 = 1} 5 + 10d = \frac{1}{4}(5 + 35d)$$

$$\Rightarrow 5 + 10d = \frac{5}{4} + \frac{35}{4}d \Rightarrow \frac{15}{4} = -\frac{5}{4}d \Rightarrow d = -3$$

۶۷ - گزینه ۱

$$a_5 - a_2 = 12 \Rightarrow 3d = 12 \Rightarrow d = 4$$

$\Rightarrow$ دنباله‌ی حسابی : ۲, ۶, ۱۰, ۱۴, ۱۸

$\Rightarrow$ دنباله‌ی هندسی : $2, t_2, 18, \cdots \Rightarrow r^2 = \frac{18}{2} = 9 \Rightarrow r = \pm 3$

$$\Rightarrow t_2 = \pm 6 \xrightarrow{t_2 \neq a_2} t_2 = -6$$

۶۸ - گزینه ۳

جمله عمومی دنباله هندسی با جمله اول t_1 و قدرنسبت r برابر با $t_n = t_1 \times r^{n-1}$ است.

$$t_1 t_3 t_5 = 8 t_5 t_6 t_7 \Rightarrow t_1 \times t_1 r^2 \times t_1 r^4 = 8 t_1 r^4 \times t_1 r^5 \times t_1 r^6 \Rightarrow \cancel{t_1^3} r^6 = 8 \cancel{t_1^3} r^{15} \Rightarrow r^6 = 8 r^{15} \Rightarrow \frac{r^6}{r^{15}} = 8 \Rightarrow \frac{1}{r^9} = 8 \xrightarrow{\sqrt[9]{}} \frac{1}{r} = \sqrt[9]{8} = \sqrt[9]{2^3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r} = \sqrt[3]{2} \Rightarrow r = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

۶۹ - گزینه ۲ اگر n واسطهٔ هندسی بین دو عدد ۴۸ و ۱۵۳۶ درج کنیم، یک دنبالهٔ با جملهٔ اول $a_1 = 48$ و جملهٔ آخر $a_{n+2} = 1536$ به‌دست می‌آید. داریم:

$$\frac{a_{n+2}}{a_1} = \frac{1536}{48} \Rightarrow \frac{a_1 q^{n+1}}{a_1} = q^{n+1} = 32 \quad (1)$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_2} = 16 \Rightarrow \frac{a_1 q^n}{a_1 q} = q^{n-1} = 16 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2),(1)} \frac{q^{n+1}}{q^{n-1}} = 2 \Rightarrow q = \pm\sqrt{2}$$

$$\xrightarrow{(1)} (\pm\sqrt{2})^{n+1} = 32 = (\pm\sqrt{2})^{10} \Rightarrow n + 1 = 10 \Rightarrow n = 9$$

۷۰ - گزینه ۱

می‌دانیم: جملهٔ عمومی $\begin{cases} \text{دنبالهٔ حسابی} : a_n = a_1 + (n-1)d \\ \text{دنبالهٔ هندسی} : a_n = a_1 q^{n-1} \end{cases}$

اگر جملات دنبالهٔ حسابی را با a_n و جملات دنبالهٔ هندسی را با b_n نمایش دهیم، داریم:

فصل ۱

$$\begin{cases} a_۲ = b_۱ \\ a_۴ = b_۲ \\ a_۸ = b_۳ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_۱ + d = b_۱ \\ a_۱ + ۳d = b_۱ q \\ a_۱ + ۷d = b_۱ q^۲ \end{cases} \Rightarrow \frac{b_۱ q^۲}{b_۱ q} = \frac{b_۱ q}{b_۱} = q$$

$$\Rightarrow \frac{a_۱ + ۷d}{a_۱ + ۳d} = \frac{a_۱ + ۳d}{a_۱ + d} \Rightarrow (a_۱ + ۳d)^۲ = (a_۱ + ۷d)(a_۱ + d)$$

$$\Rightarrow a_۱^۲ + ۶a_۱ d + ۹d^۲ = a_۱^۲ + ۸da_۱ + ۷d^۲ \Rightarrow ۲d^۲ - ۲a_۱ d = ۰$$

$$\Rightarrow ۲d(d - a_۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} ۲d = ۰ \Rightarrow d = ۰ \\ d - a_۱ = ۰ \Rightarrow d = a_۱ \end{cases}$$ طبق فرض مسئله غ ق ق

$$q = \frac{b_۲}{b_۱} = \frac{a_۱ + ۳d}{a_۱ + d} \overset{d=a_۱}{=\!=\!=} \frac{d + ۳d}{d + d} = \frac{۴d}{۲d} = ۲$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۴	۱ - ۱	۱ - ۲۱	۲ - ۳۱	۲ - ۴۱	۳ - ۵۱	۱ - ۶۱
۲ - ۱	۳ - ۱۲	۲ - ۲۲	۴ - ۳۲	۳ - ۴۲	۲ - ۵۲	۱ - ۶۲
۳ - ۱	۴ - ۱۳	۳ - ۲۳	۳ - ۳۳	۳ - ۴۳	۲ - ۵۳	۲ - ۶۳
۴ - ۴	۲ - ۱۴	۱ - ۲۴	۳ - ۳۴	۱ - ۴۴	۲ - ۵۴	۴ - ۶۴
۵ - ۲	۳ - ۱۵	۲ - ۲۵	۴ - ۳۵	۴ - ۴۵	۳ - ۵۵	۴ - ۶۵
۶ - ۲	۳ - ۱۶	۲ - ۲۶	۳ - ۳۶	۳ - ۴۶	۲ - ۵۶	۲ - ۶۶
۷ - ۳	۱ - ۱۷	۴ - ۲۷	۴ - ۳۷	۲ - ۴۷	۳ - ۵۷	۱ - ۶۷
۸ - ۴	۱ - ۱۸	۴ - ۲۸	۲ - ۳۸	۱ - ۴۸	۴ - ۵۸	۳ - ۶۸
۹ - ۱	۱ - ۱۹	۳ - ۲۹	۴ - ۳۹	۴ - ۴۹	۱ - ۵۹	۲ - ۶۹
۱۰ - ۴	۱ - ۲۰	۲ - ۳۰	۲ - ۴۰	۲ - ۵۰	۴ - ۶۰	۱ - ۷۰